

Rallye Mathématique de Lorraine 2016

Exercice 1 : On ne répète pas...

Un entier est « non-répétitif » si aucun de ses chiffres n'apparaît plusieurs fois dans son écriture. Par exemple, 487 est non-répétitif, alors que 484 ne l'est pas. Combien y a-t-il d'entiers non-répétitifs entre 1 et 2016 (inclus) ?

Exercice 2 : Un sudoku 2016

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 6 | 2 | | 5 | |
| | | 2 | | | 7 | | |
| 0 | | | 3 | 5 | | | 1 |
| | 1 | | | | | 3 | 7 |
| | | | | | | | |
| 2 | | | 7 | 3 | | | 0 |
| | | 1 | | | 4 | | |
| 2 | | 0 | 1 | | 6 | | |

Le commissaire Girard ravi de la grille posée pour l'année 2015 a inventé une grille pour 2016. Saurez-vous compléter cette grille?

2016 est apparent dans la dernière ligne.

Les lignes, colonnes et rectangles 2×4 contiennent les chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

Exercice 3 : Quelle puissance (le retour) !

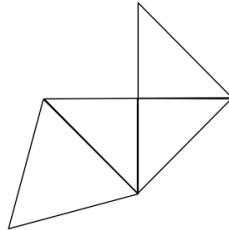
2^{-2016} est un nombre très proche de zéro. Tellement proche de zéro que les calculatrices ne peuvent pas le donner. Mais sauriez-vous trouver les trois derniers chiffres de ce nombre 2^{-2016} ?

Exercice 4 : Bis repetita...

L'année 2016 a commencé par un vendredi et se terminera par un samedi.

Quelle sera la prochaine année qui commencera par un vendredi et se terminera par un samedi ?

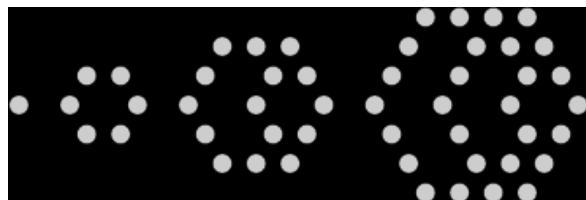
Exercice 5 : Un patron qui prend du volume



Calculez le volume du tétraèdre dont voici un patron sachant que sa base est un triangle équilatéral et que l'aire totale des trois faces latérales est 24 cm^2 .

Exercice 6 : 2016, année 24-gonale

On dit que 2016 est une année hexagonale car il est possible de construire un hexagone régulier avec 2016 points.



Les premiers nombres hexagonaux sont : 1, 6, 15, 28.

Sur le même principe, on peut construire la liste des nombres 24-gonaux, c'est-à-dire formant des polygones à 24 côtés. 2016 est aussi un nombre 24-gonal.

Quelle sera la prochaine année 24-gonale ?

Exercice 7 : C'est du gâteau

Pour faire plaisir à son petit-fils, le commissaire Girard a préparé un gâteau pour le goûter. Arthur s'impatiente car il n'est pas encore cuit. Pour le faire patienter, son grand-père lui indique que le gâteau sera cuit dès que les deux aiguilles de l'horloge seront superposées.

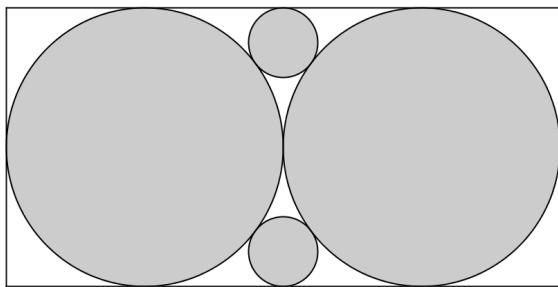
Quelle heure sera-t-il quand le commissaire sortira le gâteau du four ?



Rallye Mathématique de Lorraine 2016

Exercice 8 : Le commissaire ne manque pas d'aire !

Le commissaire Girard a retrouvé un parchemin de forme rectangulaire, ayant 8 cm de long et 4 cm de large, tamponné à l'aide de 2 tampons différents comme suit :



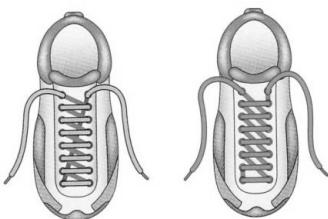
Quelle est l'aire de la surface du parchemin restée blanche ?

Exercice 9 : Lacets ou sans lacets ?

Le commissaire Girard est distrait. Il s'aperçoit que les lacets de ses chaussures ne sont pas enfilés de la même manière

dans les œillets et que l'une de ses chaussures nécessite un lacet plus long que l'autre. Sur chaque chaussure, les 16 œillets sont disposés régulièrement sur les deux côtés de longueur 7 cm d'un rectangle de largeur 5 cm. Les extrémités libres des lacets ont la même longueur sur chacune des chaussures.

Quelle est la différence entre les longueurs des 2 lacets ?

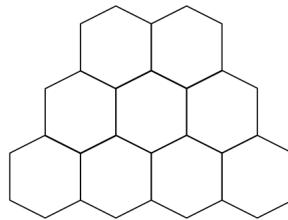


Exercice 10 : De bons produits pour des hexagones

Dans cet assemblage d'hexagones ont été placés les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Il n'y a qu'un nombre dans chaque case.

Sous l'assemblage sont indiqués les produits des nombres de deux hexagones voisins (ayant un côté commun).

Retrouve le placement des nombres dans l'assemblage.



2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 10 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20 ; 32 ;
40 ; 42 ; 54 ; 56 et 63

Question subsidiaire : Lancer de jeton

Un jeu consiste à lancer une pièce de monnaie circulaire de 2 cm de rayon, sur une table carrée de 28 cm de côté.

La surface de cette table contient 4 carrés gris ayant 8 cm de côté chacun et qui sont séparés les uns des autres (et du bord de la table) par des bandes blanches ayant 4 cm de largeur (voir figure).

Un lancer est dit « valable » si la pièce de monnaie tombe à plat sur la table sans déborder de la table (tout lancer qui tombe en dehors de la table ou en débordant de la table sera donc « non-valable » et ne sera pas comptabilisé).

Un lancer est dit « gagnant » si la pièce de monnaie atterrit sur un carré gris sans déborder de ce carré.

Quelle est la probabilité qu'un lancer « valable » soit un lancer « gagnant » ?

Note : On suppose que les lancers valables ont tous la même chance de se produire.

